



Η ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ ΣΤΙΣ ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΑΠΑΦΥΛΑΚΗΣ

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΦΙΛΩΤΑ ΦΛΩΡΙΝΑΣ

ΤΑΞΗ: Γ'

ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: ΠΑΝΑΓΙΩΤΑ ΜΠΟΥΤΣΚΟΥ ΠΕ03

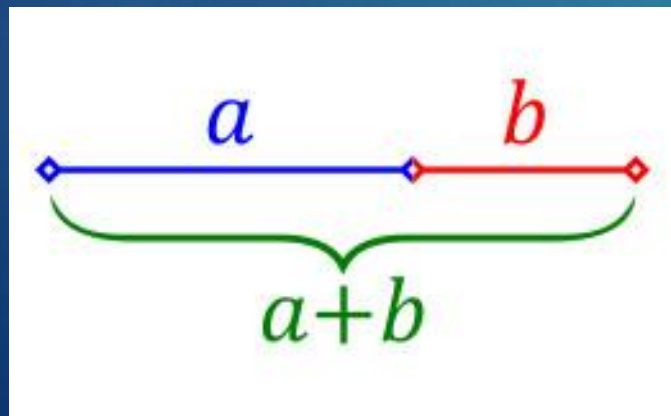
ΕΤΟΣ: 2022

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Έστω ότι ένα τμήμα $a + b$ τέμνεται ασύμμετρα από ένα σημείο έτσι ώστε να ισχύει η αναλογία

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} = \varphi$$

Ο αριθμός φ ονομάζεται χρυσή αναλογία και ισούται με $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.61803 \dots$



Το αξιοθαύμαστο είναι πως συναντάμε αυτόν τον αριθμό πολύ συχνά στη φύση και στο σύμπαν.

Ακολουθία Fibonacci

- ▶ Η ακολουθία Fibonacci είναι μία συγκεκριμένη ακολουθία ακέραιων αριθμών. Οι πρώτοι δύο αριθμοί της ακολουθίας είναι το 0 και το 1 και κάθε επόμενος αριθμός είναι το άθροισμα των δύο προηγούμενων αριθμών.

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

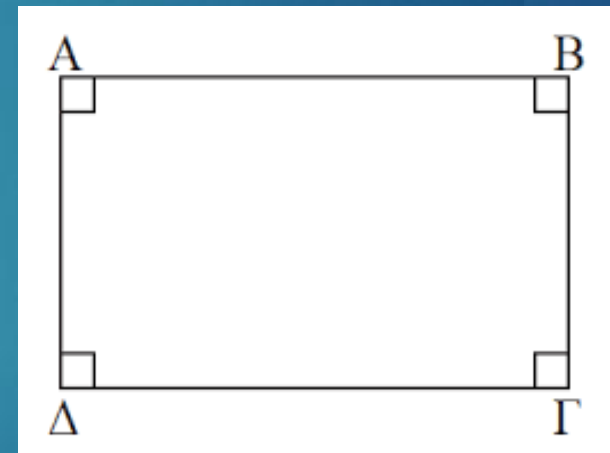
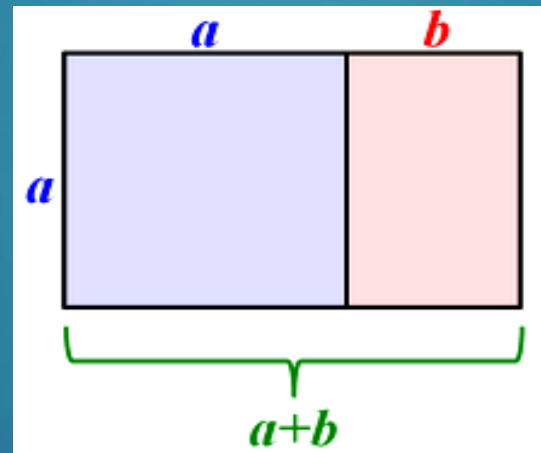
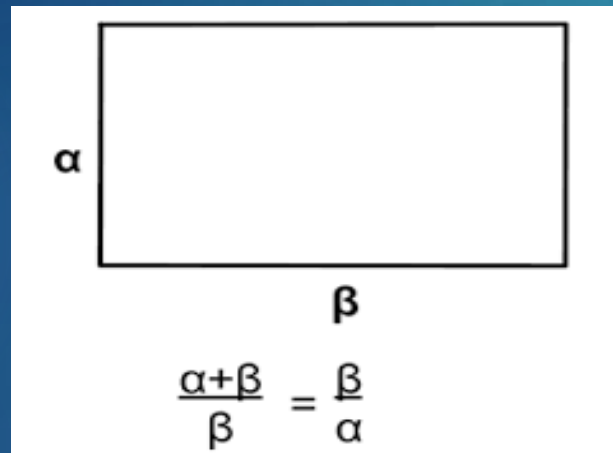
Καθώς αυξάνονται οι αριθμοί το πηλίκο οποιουδήποτε αριθμού προς τον προηγούμενο πλησιάζει τον αριθμό φ :

$$\frac{2}{1} = 2, \frac{3}{2} = 1,5, \frac{5}{3} = 1,6666, \frac{8}{5} = 1,6, \frac{13}{8} = 1,625, \frac{21}{13} = 1,6153, \frac{34}{21} = 1,619, \dots$$

Χρυσό Ορθογώνιο

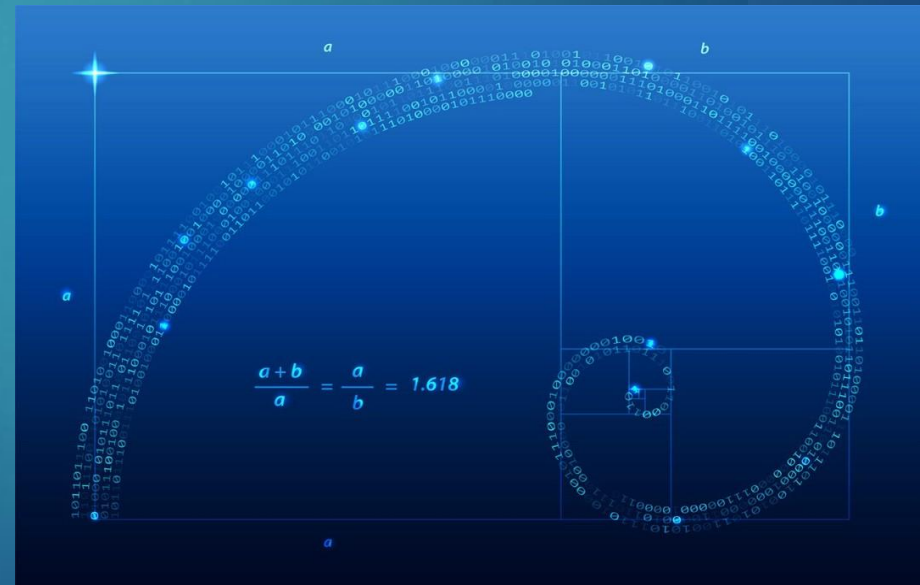
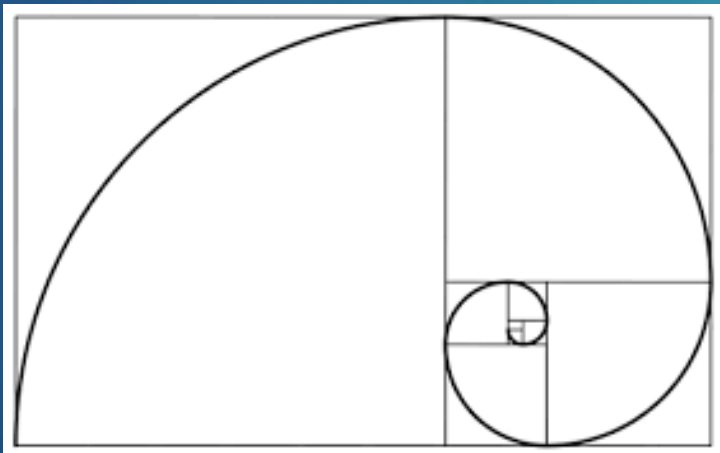
- ▶ Χρυσό Ορθογώνιο ονομάζεται το ορθογώνιο στο οποίο ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς τη μικρή πλευρά ισούται με τη χρυσή αναλογία

$$\varphi \approx 1.618$$



Χρυσή Σπείρα

- Κατασκευή Χρυσής Σπείρας: Χωρίζουμε ένα χρυσό ορθογώνιο σε ένα τετράγωνο και ένα μικρότερο χρυσό ορθογώνιο. Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία για το μικρότερο χρυσό ορθογώνιο,... και συνεχίζουμε κατά τον ίδιο τρόπο, για κάθε μικρότερο χρυσό ορθογώνιο που προκύπτει. Σχηματίζουμε τεταρτοκύκλια ενώνοντας τις απέναντι κορυφές των τετραγώνων. Το σχήμα που προκύπτει στο τέλος είναι η χρυσή σπείρα.



Σχέση με τη σταθερά π ($= 3.14$)

- ▶ Παρατηρήθηκε ότι προσεγγιστικά υπάρχει η εξής σχέση ανάμεσα στον αριθμό φ και στην σταθερά π .

$$\frac{\varphi}{5} \approx \frac{1}{\pi}$$

- Αυτό συμβαίνει διότι $\frac{\varphi}{5} = 0.3234 \dots$ και $\frac{1}{\pi} = 0.3183 \dots$
- Και οι δύο αριθμοί αυτοί, όπως φαίνεται, είναι θεμελιώδεις σταθερές των Μαθηματικών που, όπως αποδεικνύεται, αντικατοπτρίζουν τη φυσική πραγματικότητα του σύμπαντος.

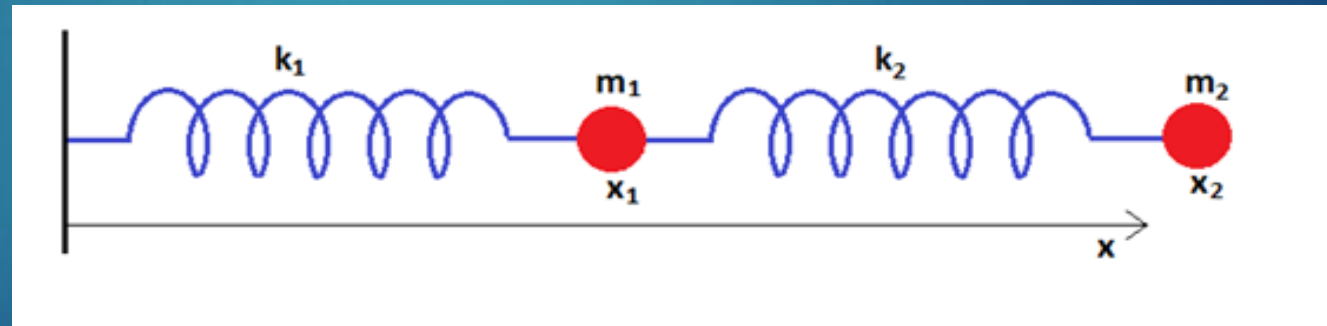
Η ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ

- ▶ Η χρυσή τομή εμφανίζεται στη Φυσική σε πολλούς τομείς, μερικοί εκ των οποίων είναι
 - Ταλαντώσεις
 - Αντιστάτες
 - Οπτική
 - Κβαντική Φυσική
 - Κβαντική Θεωρία Πεδίου

Η Χρυσή Τομή στις Ταλαντώσεις

- ▶ Ένα σύστημα ελατηρίου-σώματος συνδέεται με ένα άλλο ίδιο σύστημα. Κάθε σώμα εκτελεί σύνθετη ταλάντωση με συχνότητες f_1 και f_2 αντίστοιχα. Αν συμβολίσουμε με f τη συχνότητα που θα είχε κάθε σώμα στην περίπτωση που δεν εκτελούσε σύνθετη ταλάντωση αλλά απλή αρμονική, τότε αποδεικνύεται πως

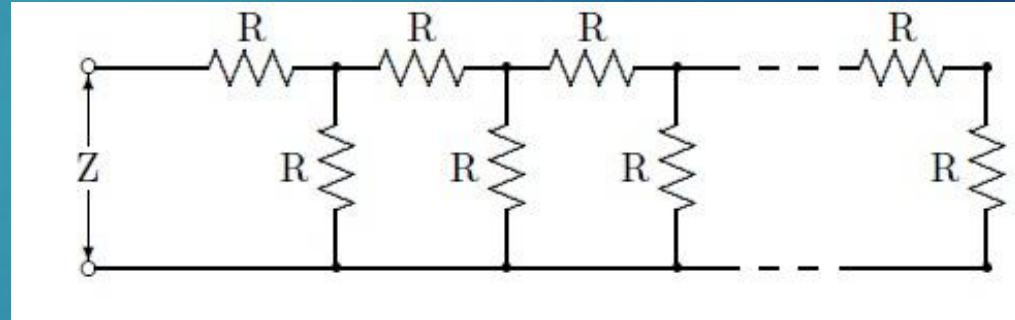
$$\varphi = \frac{f_1 - f}{f - f_2}$$



Η Χρυσή Τομή στους Αντιστάτες

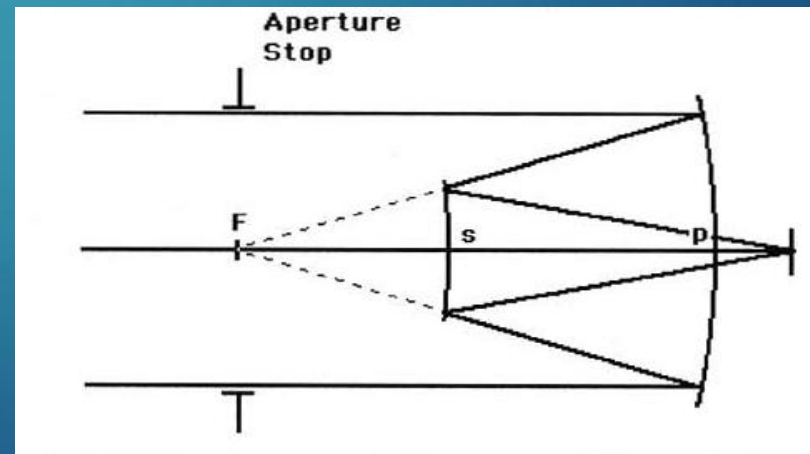
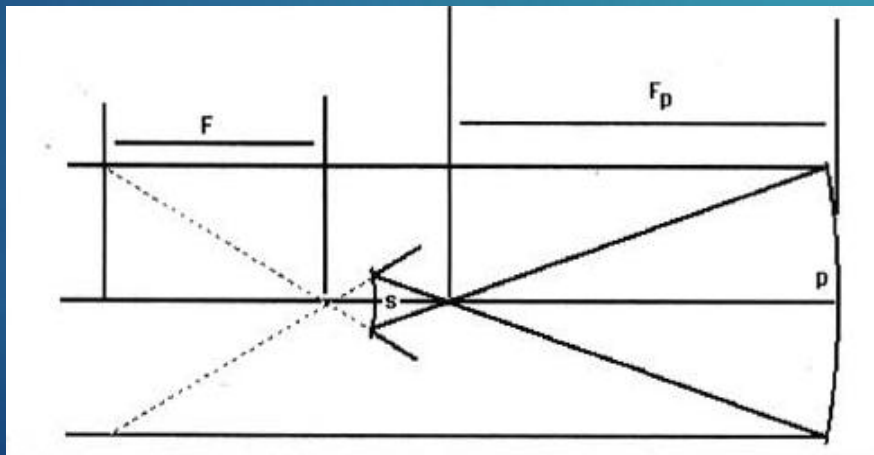
- ▶ Ένα κύκλωμα αποτελείται από άπειρους αντιστάτες ίδιας αντίστασης R .
- ▶ Η συνολική αντίσταση του συστήματος $R_{ολ}$ αποδεικνύεται πως είναι

$$R_{ολ} = \varphi R$$



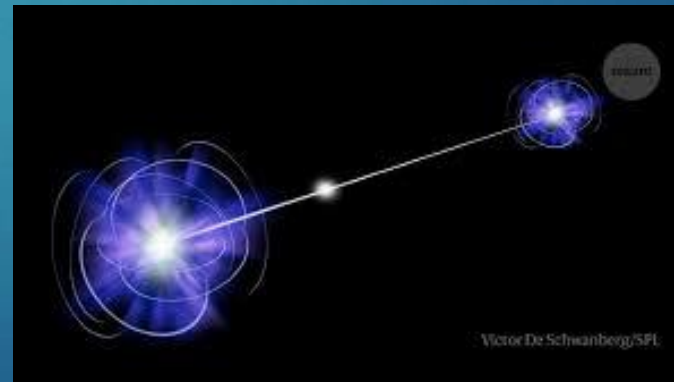
Η Χρυσή Τομή στην Οπτική

- ▶ Η Χρυσή Τομή εντοπίζεται στη λειτουργία του τηλεσκοπίου Cassegrain, η οποία βασίζεται σε αρχές της Οπτικής. Πιο συγκεκριμένα, οι ακτίνες που εξέρχονται από την τελική γυάλινη επιφάνεια του τηλεσκοπίου είναι 1,2,3,5,8,... Δηλαδή είναι αριθμοί της ακολουθίας Fibonacci!



Η Χρυσή Τομή στην Κβαντική Φυσική

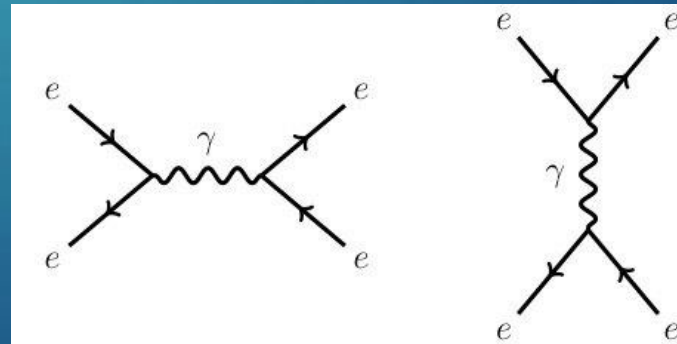
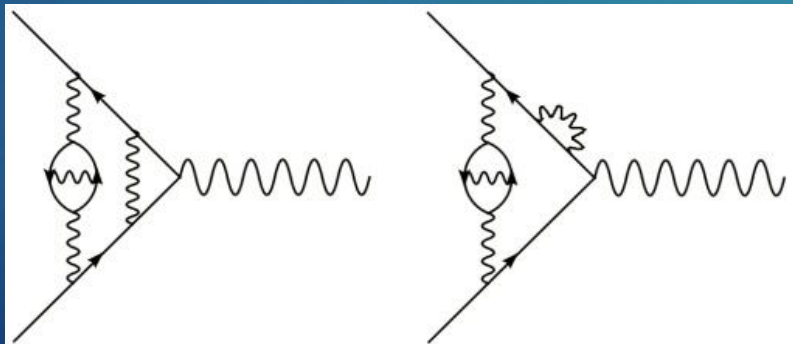
- ▶ Σε πείραμα του 2010, όπου έγινε εφαρμογή κβαντικών φαινομένων με τεχνητό τρόπο, τα άτομα του νιοβικού κοβαλτίου (υλικό απειροελάχιστου πλάτους με εξειδικευμένες μαγνητικές ιδιότητες), εκτεθειμένα σε ελεγχόμενο εξωτερικό μαγνητικό πεδίο, ταλαντώνονταν σε διαφορετικές συχνότητες κάθε φορά. Το πραγματικά αξιοθαύμαστο γεγονός είναι πως **ο λόγος των πρώτων δύο συχνοτήτων που παρατηρήθηκαν είναι 1.618...** Δηλαδή είναι ίσος με τη χρυσή αναλογία.



Η Χρυσή Τομή στην Κβαντική Θεωρία Πεδίου

- ▶ Η σταθερά λεπτής υφής είναι μία αδιάστατη θεμελιώδης φυσική σταθερά στην Κβαντική Θεωρία Πεδίου και σχετίζεται άμεσα με τη δύναμη της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης των σωματιδίων. Συμβολίζεται με το γράμμα α και ισούται με $\alpha \approx \frac{1}{137,0359\dots}$. Παρατηρείται κάποια σχέση ανάμεσα σε αυτή τη σταθερά και στον αριθμό φ :

$$\frac{1}{\alpha} \cong \frac{360}{\varphi^2} - \frac{2}{\varphi^3}$$

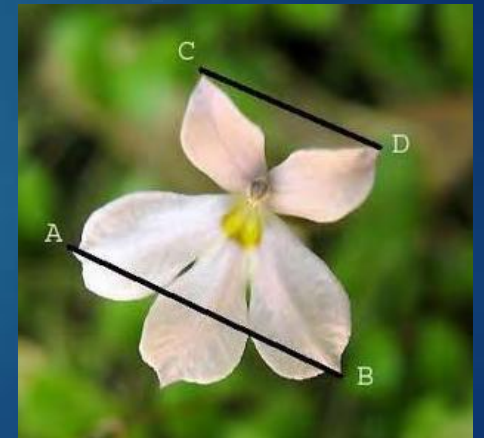
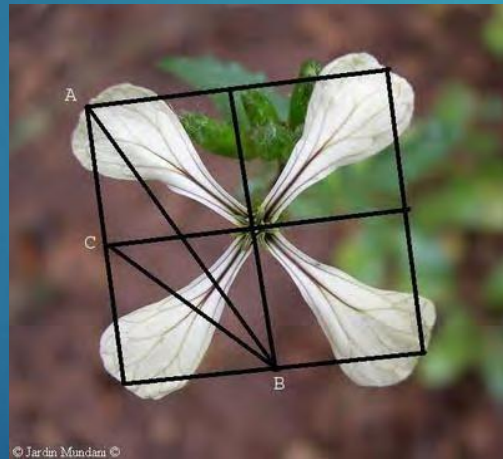


Η ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ ΣΤΗ ΒΙΟΛΟΓΙΑ

- ▶ Η ύπαρξη της χρυσής τομής στη Βιολογία συναντάται στα παρακάτω:
 - Φυτά
 - Ζώα
 - Άνθρωπος
 - Κυκλοφορικό Σύστημα
 - DNA

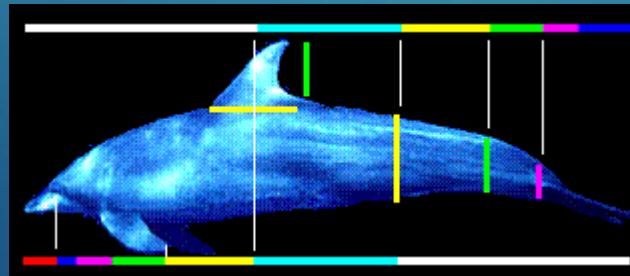
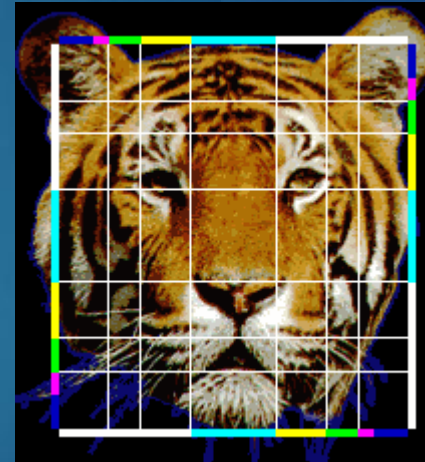
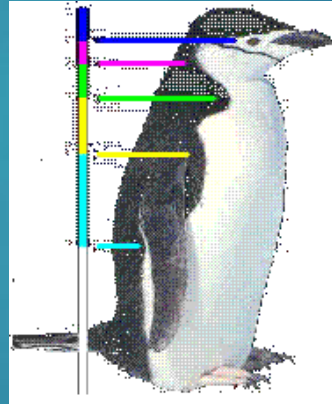
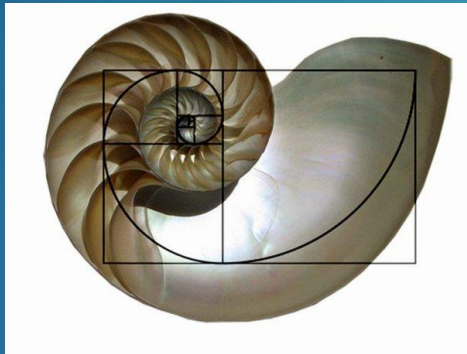
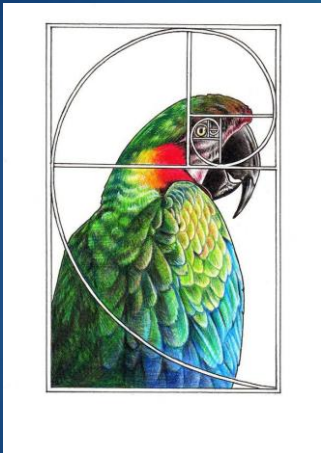
Η Χρυσή Τομή στα Φυτά

- ▶ Σε πολλά φυτά διακρίνουμε τη συσχέτισή τους με τη χρυσή αναλογία, την ακολουθία Fibonacci (π.χ. αριθμός φύλλων) καθώς και με τη χρυσή σπείρα.



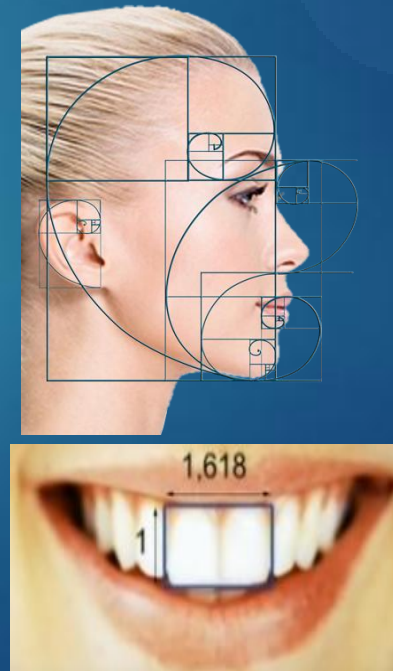
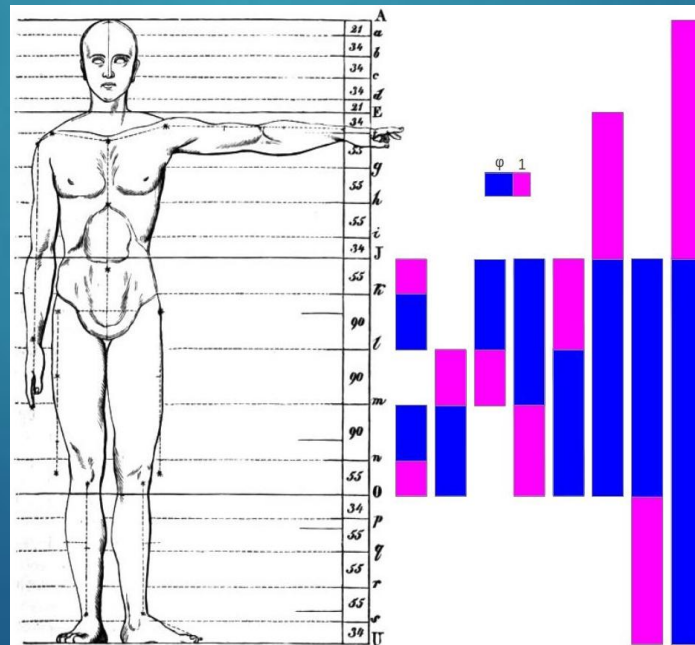
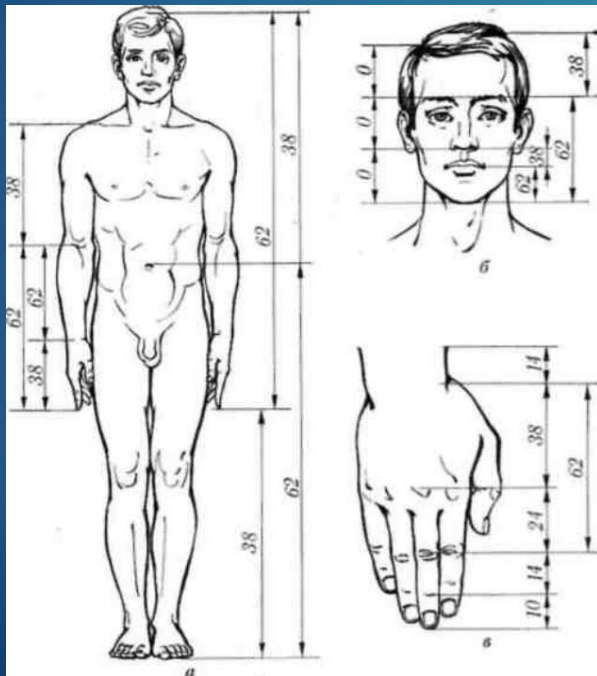
Η Χρυσή Τομή στα Ζώα

- ▶ Πέρα από τα φυτά, η χρυσή τομή αναδεικνύεται και σε ζώα όπως ο παπαγάλος, το δελφίνι, ο πιγκουίνος, η τίγρης κτλ.



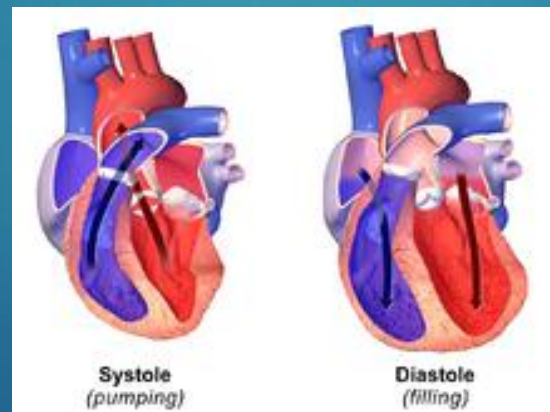
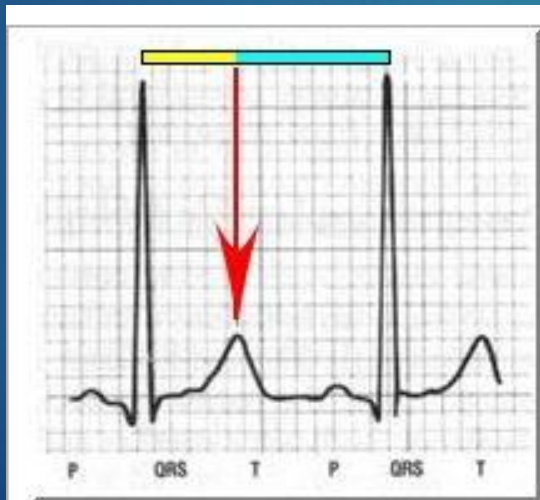
Η Χρυσή Τομή στον Άνθρωπο

- ▶ Η χρυσή τομή παρουσιάζεται και στο εσωτερικό και στο εξωτερικό του ανθρώπινου σώματος. Όσον αφορά το εξωτερικό του σώματος, η χρυσή αναλογία φαίνεται να είναι παρούσα στα μήκη τμημάτων του σώματος. Όσον αφορά το εσωτερικό του ανθρώπινου οργανισμού εμφανίζεται στο κυκλοφορικό σύστημα, στο DNA κλπ.



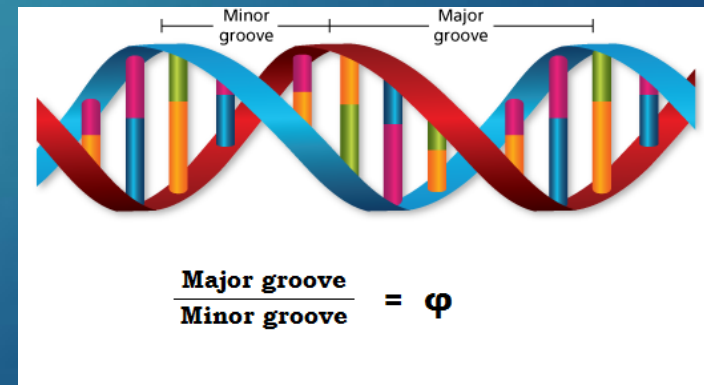
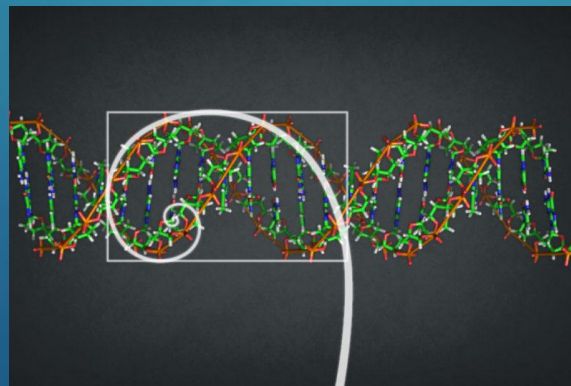
Η Χρυσή Τομή στο Κυκλοφορικό Σύστημα

- ▶ Το κυκλοφορικό σύστημα αφορά την κυκλοφορία του αίματος στο ανθρώπινο σώμα. Ο ιδανικός λόγος της μέγιστης πίεσης του αίματος προς την ελάχιστη είναι 1,6 το οποίο πλησιάζει τον αριθμό ϕ . Επιπλέον, η χρυσή τομή φαίνεται να σχετίζεται με τους παλμούς της καρδιάς, όπως τεκμηριώνεται από την εικόνα τους καρδιογραφήματος, στην οποία γίνεται εμφανής η χρυσή αναλογία. Παρατηρήθηκε πως όταν υπάρχουν αυτές οι σχέσεις ο οργανισμός είναι πιο υγιής.



Η Χρυσή Τομή στο DNA

- ▶ Το DNA έχει τη μορφή διπλής έλικας που συσπειρώνεται, όπου διακρίνεται η χρυσή σπείρα και η χρυσή αναλογία. Το μήκος της έλικας είναι 34 angstroms, ενώ το πλάτος της 21 angstroms. Αυτοί είναι διαδοχικοί αριθμοί της ακολουθίας Fibonacci και το πηλίκο τους είναι 1,619, το οποίο προσεγγίζει κατά πολύ τον αριθμό φ . Η μεγάλη αύλακα (major groove) είναι η μεγάλη απόσταση από μια συστροφή της έλικας μέχρι την επόμενη ενώ η μικρή αύλακα (minor groove) η μικρή απόσταση αυτής μέχρι μία άλλη. Ο λόγος τους ισούται με τη χρυσή αναλογία.



Η ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ ΣΤΗ ΧΗΜΕΙΑ

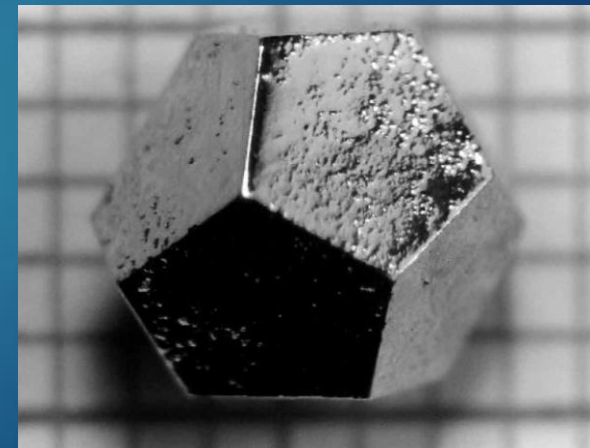
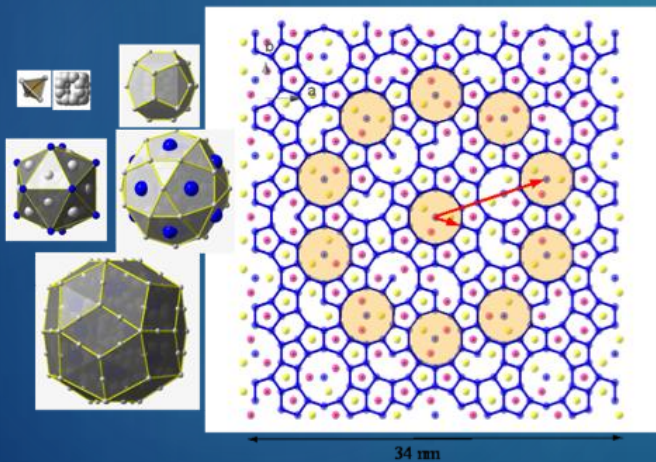
- ▶ Έχει βρεθεί πως η χρυσή τομή εμφανίζεται και σε χημικά φαινόμενα ή καταστάσεις με ιδιαίτερα χημικά χαρακτηριστικά.
- Περιοδικός Πίνακας
- Ημικρύσταλλοι
- Χημικοί Δεσμοί Υδρογόνου

Η Χρυσή Τομή στον Περιοδικό Πίνακα

- ▶ Στον Περιοδικό Πίνακα ταξινομούνται όλα τα χημικά στοιχεία. Ο ατομικός αριθμός κάθε στοιχείου δείχνει τον αριθμό πρωτονίων ενώ ο μαζικός αριθμός τον συνολικό αριθμό πρωτονίων και νετρονίων. Σε ορισμένα χημικά στοιχεία, με σχετικά ΟΧΙ μικρό ατομικό αριθμό, ο λόγος του μαζικού αριθμού προς τον αριθμό νετρονίων προσεγγίζει τον αριθμό 1,618 δηλαδή τη χρυσή αναλογία.
- ▶ Παράδειγμα: Χρυσός (Au)
 - Μαζικός αριθμός: 197
 - Αριθμός νετρονίων: 118
 - $\frac{197}{118} = 1,66$ Πλησιάζει τον αριθμό φ

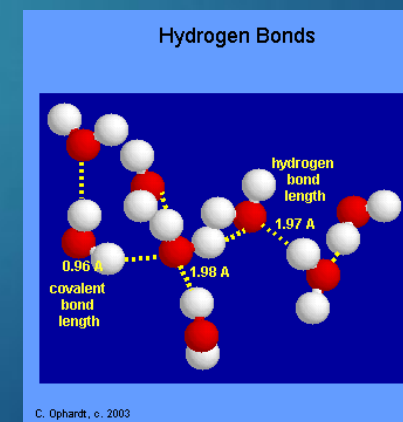
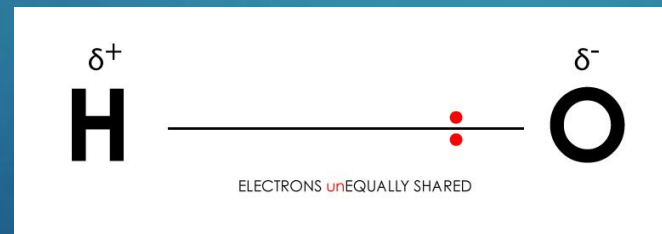
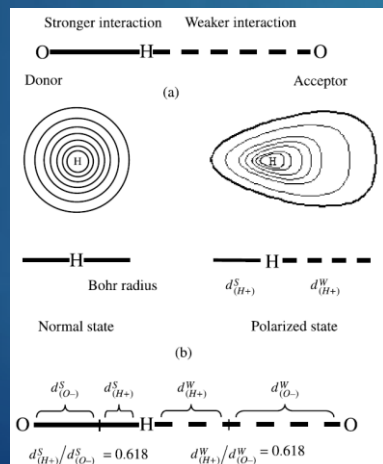
Η Χρυσή Τομή στους Ημικρυστάλλους

- ▶ Οι ημικρύσταλλοι είναι υλικά με ιδιαίτερη χημική σύσταση και δομή στο ατομικό επίπεδο. Στην επιφάνειά τους υπάρχουν έδρες δύο διαφορετικών υψών. Μετά από ακριβέστατη μέτρηση αυτών των υψών προέκυψε πως ο λόγος του μεγαλύτερου ύψους προς το μικρότερο ύψος είναι ο αριθμός φ .



Η Χρυσή Τομή στους Χημικούς Δεσμούς του Υδρογόνου

- ▶ Η χρυσή τομή εμφανίζεται στον χημικό δεσμό Οξυγόνο – Υδρογόνο – Οξυγόνο ($\text{O}-\text{H}\cdots\text{O}$). Όταν το άτομο υδρογόνου αλληλοεπιδρά με τα άτομα του οξυγόνου, παραμορφώνεται λόγω ηλεκτρικών δυνάμεων και σχηματίζει ισχυρούς και ασθενείς χημικούς δεσμούς με αυτά. Και για τους δύο τύπους δεσμών αντίστοιχα ισχύει ότι ο λόγος του μήκους του δεσμού προς την παραμορφωμένη και μη συμμετρική ακτίνα του ατόμου του υδρογόνου ισούται με $\varphi = 1,618 \dots$

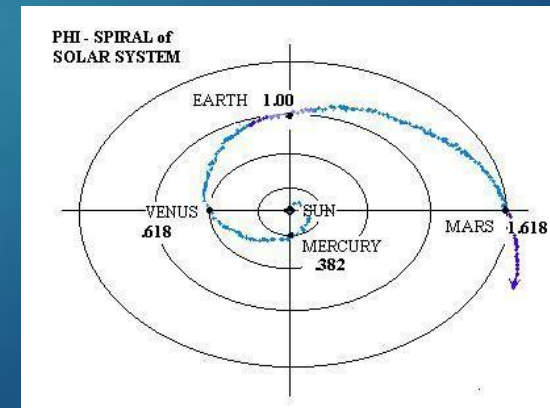
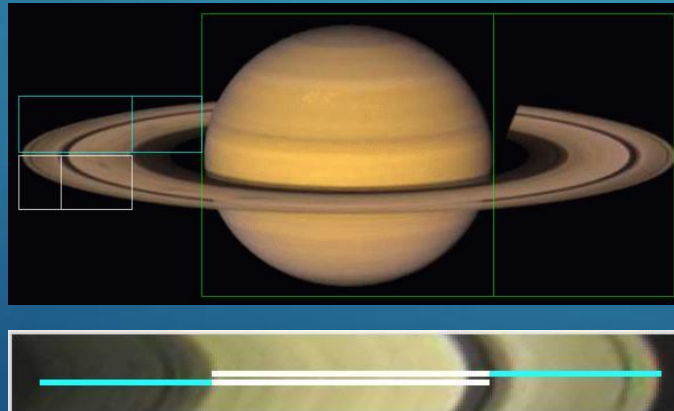
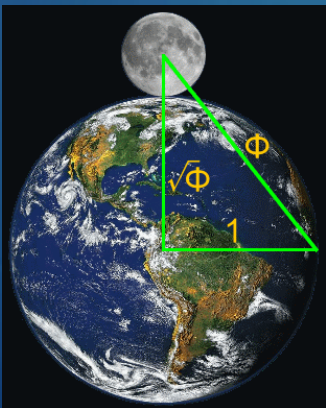


Η ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ ΣΤΗΝ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΗ

- ▶ Η χρυσή τομή εμφανίζεται στην Αστροφυσική σε αρκετές περιπτώσεις, μερικές εκ των οποίων είναι οι παρακάτω:
 - Ηλιακό Σύστημα
 - Γαλαξίες
 - Παλλόμενοι Μεταβλητοί Αστέρες
 - Μαύρες Τρύπες

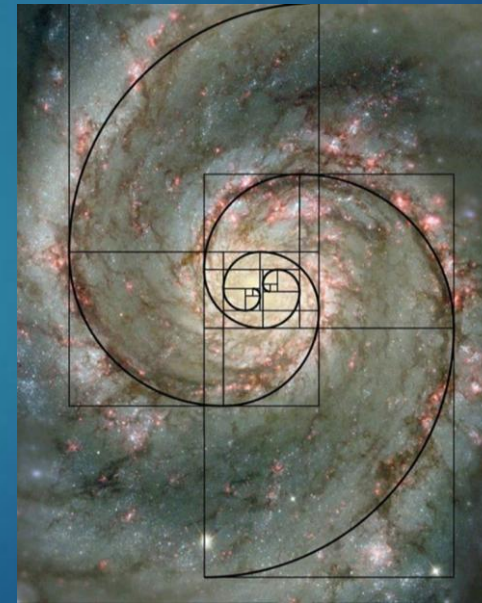
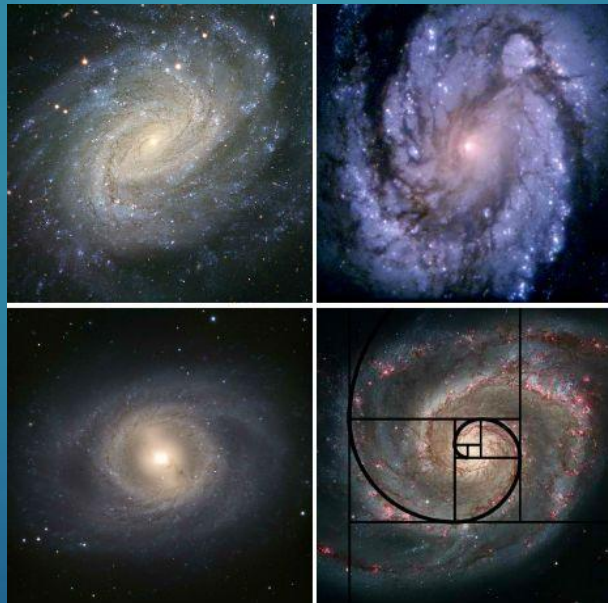
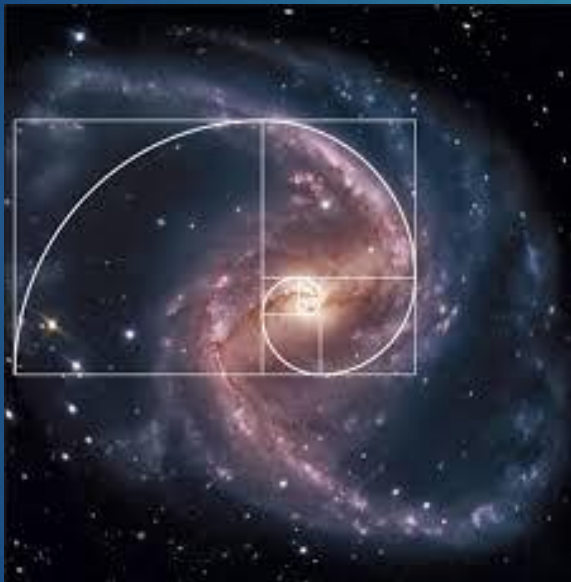
Η Χρυσή Τομή στο Ηλιακό Σύστημα

- ▶ Οι διαστάσεις της Γης και της Σελήνης σχηματίζουν ένα ορθογώνιο τρίγωνο με υποτεινούσα ίση με τον αριθμό φ και με κάθετες πλευρές $\sqrt{\varphi}, 1$.
- ▶ Οι τροχιακές περίοδοι ορισμένων πλανητών του ηλιακού μας συστήματος είναι πολλαπλάσιο ή δύναμη του αριθμού φ .
- ▶ Στον πλανήτη Κρόνο βρίσκουμε σχέσεις χρυσής αναλογίας στα μήκη σημείων του δακτυλίου του καθώς και στο σχήμα του.
- ▶ Στη σχηματική αναπαράσταση του ηλιακού μας συστήματος διακρίνεται η χρυσή σπείρα.



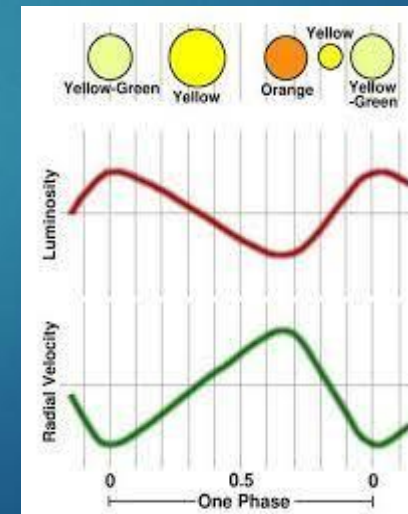
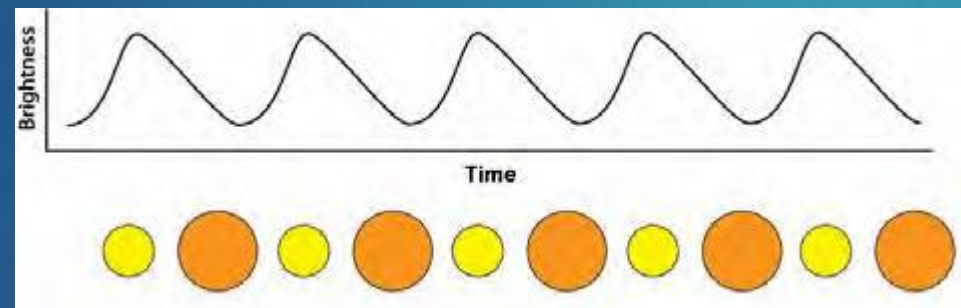
Η Χρυσή Τομή στους Γαλαξίες

- ▶ Στους σπειροειδείς γαλαξίες διακρίνεται η χρυσή σπείρα



Η Χρυσή Τομή στους Παλλόμενους Μεταβλητούς Αστέρες

- ▶ Οι παλλόμενοι μεταβλητοί αστέρες είναι αστέρες η φωτεινότητα των οποίων μεταβάλλεται περιοδικά κυρίως λόγω εσωτερικών διαδικασιών. Ορισμένοι παλλόμενοι μεταβλητοί αστέρες πάλλονται σε συχνότητες, ο λόγος των οποίων προσεγγίζει τον αριθμό φ .



Η Χρυσή Τομή στις Μαύρες Τρύπες

- ▶ Οι περιστρεφόμενες μαύρες τρύπες μπορούν να βρίσκονται σε δύο καταστάσεις και να μεταβαίνουν μεταξύ αυτών: να θερμαίνονται ενώ χάνουν ενέργεια, δηλαδή έχουν αρνητική ειδική θερμοχωρητικότητα όπως λέμε, και να ψύχονται ενώ χάνουν ενέργεια, δηλαδή έχουν θετική ειδική θερμοχωρητικότητα. Κατά τη διάρκεια της μετάβασης από τη μία στην άλλη κατάσταση, για τη στροφορμή (J), που χαρακτηρίζει την περιστροφή, και τη μάζα (M) της μαύρης τρύπας ισχύει ότι:

$$\frac{J^2}{M^4} = \frac{1}{\varphi}$$

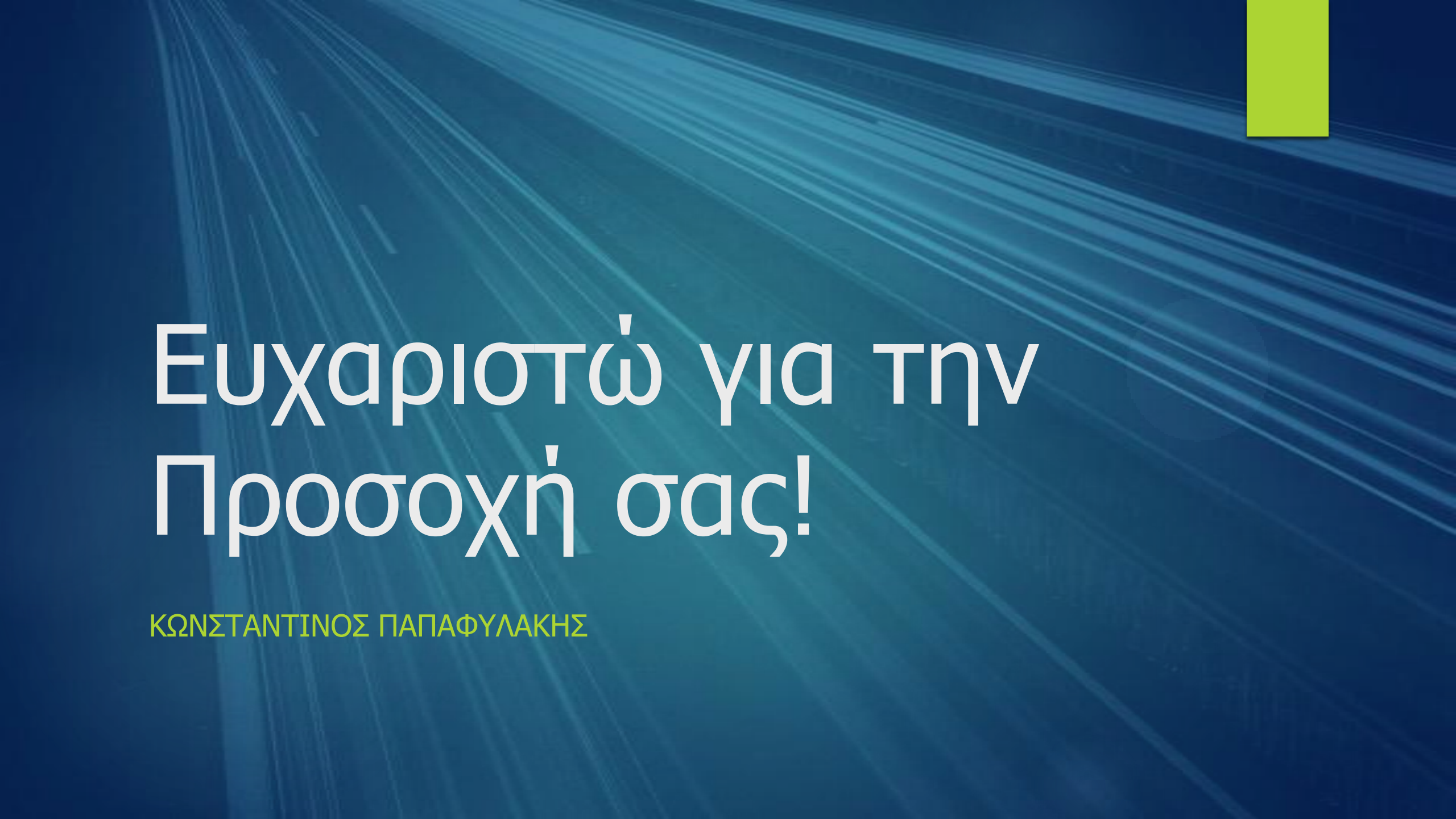


Συμπεράσματα

- ▶ Η Χρυσή Τομή είναι μία από τις σημαντικότερες ανακαλύψεις που ξεκίνησε από τα μαθηματικά αλλά έχει πολλές εφαρμογές στη ζωγραφική, μουσική, ποίηση, αρχιτεκτονική, οδοντιατρική... Οπουδήποτε και αν κοιτάξουμε γύρω μας θα παρατηρήσουμε τη χρυσή αναλογία: $\varphi \approx 1,618$. Αποδεικνύεται όμως πως αυτός ο αριθμός δεν έχει μόνο εφαρμογές αλλά κάτι παραπάνω. Πιο συγκεκριμένα, φαίνεται να είναι μια θεμελιώδης και φυσική σταθερά του σύμπαντος με βαθύτατη ερμηνεία. Συναντάται από τον κβαντικό κόσμο και τον νανόκοσμο μέχρι τον μακρόκοσμο και τις μαύρες τρύπες. Η Χρυσή Τομή, πράγματι, σχετίζεται άμεσα με τη φύση του σύμπαντος και με τη... ζωή μας.

Βιβλιογραφία

- ▶ Anderson, S. and Novak, D., 2008. "A Connection between the Numbers Phi and Pi"; https://hascmathart.weebly.com/uploads/7/6/8/7/7687070/a_connection_between_the_numbers_phi_and_pi_2.pdf
- ▶ Larsen, S.H., 2021. "DNA Structure and the Golden Ratio Revisited", doi: 10.3390/sym13101949
- ▶ Olsen, S.A., 2018. "Golden Ratio Beauty as Scientific Function", doi: 10.13130/2240-9599/9457
- ▶ Plester, V., 2017. "Fibonacci Numbers and the Golden Ratio in Biology, Physics, Astrophysics, Chemistry and Technology: A Non-Exhaustive Review", arXiv:1801.01369 [physics.pop-ph]
- ▶ Sherbon, M.A., 2019. "Golden Ratio Geometry and the Fine-Structure Constant", doi: 10.24297/jap.v16i1.8469
- ▶ Willard, B.C., 1993. "The Golden Ratio in Optics", doi: 10.1364/OPN.4.8.000022
- ▶ Helmholtz Association of German Research Centers, 2010. "Golden ratio discovered in quantum world: Hidden symmetry observed for the first time in solid state matter ", www.sciencedaily.com/releases/2010/01/100107143909.htm
- ▶ Currie, H.R. and Currie, G.M., 2020. "An Investigation of the Application of the Golden Ratio and Fibonacci Sequence Associated with the Chart of Nuclides", doi: 10.1140/epia/s10050-020-00046-7
- ▶ Brown, I.D., 1976. "On the Geometry of O-H...O Hydrogen Bonds", doi: 10.1107/S0567739476000041
- ▶ Yu, D., Xue, D., Rataczak, H., 2005. "Golden ratio and bond-valence parameters of hydrogen bonds of hydrated borates", doi: 10.1016/j.molstruc.2005.08.022
- ▶ Παναγιωτίδης, Ν., 2019. "Η χρυσή τομή στις ταλαντώσεις", <https://ylikonet.gr/2019/01/02/η-χρυσή-τομή-στις-ταλαντώσεις/>
- ▶ Μαλλιάρη Γ., Νέα Εκπαιδευτήρια, Β' Λυκείου, 2013 – 2014. "Η Χρυσή Τομή", <https://www.maliaras.gr/wp-content/uploads/pdfs/HXrysiTomi.pdf>
- ▶ Πλούταρχος, Σ., 2017. "Χρυσή Τομή και ακολουθία Fibonacci ", <https://www.ploumistos.com/2017/09/1618.html>



Ευχαριστώ για την
Προσοχή σας!

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΑΠΑΦΥΛΑΚΗΣ